Aufgaben zu linearen Gleichungssystemen

1.0 Lösen Sie die folgenden linearen Gleichungssysteme graphisch.

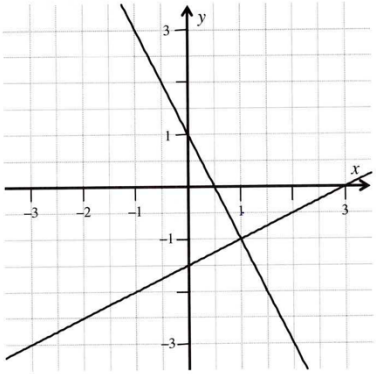
1.1 (I) $x-y=2$
(II) $x+y=4$

1.2 (I) $x+y=5$
(II) $2x-y=1$

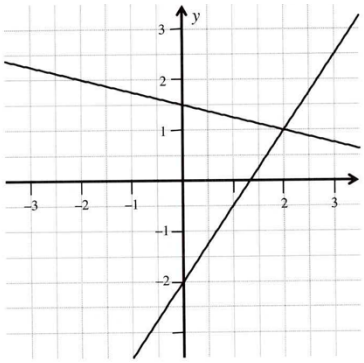
1.3 (I) $2x+3y=6$
(II) $3x-2y=9$

2.0 Lesen Sie aus der Zeichnung für jede Gerade eine Gleichung ab und geben Sie das zugehörige lineare Gleichungssystem an.

2.1



2.2



3.0 Bestimmen Sie die Lösungsmenge der folgenden linearen Gleichungssysteme mit dem Einsetzungsverfahren.

3.1 (I) $x-9y=2$
(II) $3x-3y=-10$

3.2 (I) $2x+4y=16$
(II) $x-3y=-17$

3.3 (I) $8x-2y-188=0$
(II) $2x+14y=76$

3.4 (I) $x+\frac{1}{3}y=1$
(II) $6x+2y=6$

3.5 (I) $-x+y=-1$
(II) $x-y=2$

3.6 (I) $4x+2y=2$
(II) $-2x-y=-1$

3.7 (I) $(2x-3)(3y-0,4)=(x+0,6)(6y-3,2)$
(II) $(3x+2,4)(3y-1,4)=(1,5x-0,9)(6y-1,2)$

4.0 Bestimmen Sie die Lösungsmenge der folgenden linearen Gleichungssyteme mit dem Additionsverfahren.

4.1 (I) $4x-2y+2=0$
(II) $9x-12y-18=0$

4.2 (I) $5x+5y=-8,5$
(II) $20x-9y=-135,5$

4.3 (I) $3x-9y=-20,25$
(II) $4x+7y=11$

4.4 (I) $9x+6y=-72$
(II) $7,5x+5y=12$

4.5 (I) $7x-4\cdot(2y-x)=3x+15$
(II) $6x-12=3y-(y-x)\cdot 5$

5 An einem Stand wurden zwei Warensorten verkauft. Die Einnahmen des Vormittags betrugen 1840 €. Am Nachmittag wurde doppelt so viel von der ersten Ware verkauft und nur zwei Drittel des Vormittagsverkaufs der zweiten Ware gemacht, dafür wurden 2560 € eingenommen.
Ermitteln Sie, wie viele Einheiten von jeder Ware am Vormittag verkauft wurden, wenn pro Einheit 5 € bzw. 3 € verlangt wurden.

6 Der Stausee eines Elektrizitätswerks wird über einen Zuflusskanal mit Wasser versorgt. Wenn drei von fünf gleich starken Turbinen in Betrieb sind, nimmt der Inhalt des Stausees in 12 Stunden um 360000 m^3 zu. Sind jedoch alle fünf Turbinen eingeschaltet, so verringert sich bei unverändertem Zufluss der Wasservorrat in sechs Stunden um 300000 m^3.
Bestimmen Sie, wie viel m^3 in einer Stunde dem Stausee zufließen und welche Wassermenge eine Turbine in der Stunde benötigt.

7.0 Ein Internetprovider bietet folgende monatliche Tarife an:
- Tarif A: Grundgebühr 5 €, die ersten 10 Stunden frei und dann 0,5 Ct pro min.
- Tarif B: Grundgebühr 10 €, die ersten 20 Stunden frei und dann 0,4 Ct pro min.
- Tarif C: Flatrate 25 € pro Monat.

7.1 Stellen Sie für jeden Tarif die Funktionsgleichung auf.

7.2 Zeichnen Sie die Graphen in ein gemeinsames Koordinatensystem.

7.3 Peter surft durchschnittlich 2,5 Stunden täglich.
Bestimmen Sie, welcher Tarif für ihn am günstigsten ist.

7.4 Ermitteln Sie, für welche Nutzungszeit die Tarife A und B kostengleich sind.

7.5 Bestimmen Sie, ab welcher Onlinezeit Peter die Flatrate wählen sollte.

8.0 Ein Fahrradfahrer benötigt 5 h für eine Strecke von 65 km. Ein zweiter Radfahrer möchte ihn einholen. Er benötigt für dieselbe Strecke nur 3 h, fährt jedoch 1 h später los.

8.1 Bestimmen Sie die Funktionsgleichungen für die von den Fahrern zurückgelegten Wege und zeichnen Sie die Graphen in ein gemeinsames Koordinatensystem ein.

8.2 Ermitteln Sie, nach welcher Zeit der Fahrer 1 eingeholt wird und berechnen Sie, wie weit die beiden Fahrer dann vom Standort entfernt sind.

8.3 Bestimmen Sie, wie weit die beiden Radfahrer nach 2 h voneinander entfernt sind.

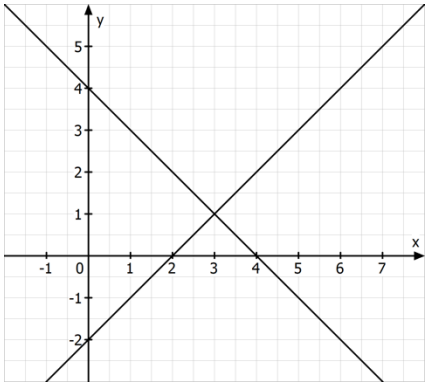
9 Vater und Sohn sind heute zusammen 48 Jahre alt. In 10 Jahren ist der Vater dreimal so alt wie sein Sohn dann ist.
Bestimmen Sie, wie alt die beiden heute sind.

10 Familie Müller will Geld aufnehmen für ihr Haus und prüft Angebote unterschiedlicher Banken. Der Kredit wird aufgeteilt in eine Ersthypothek und in eine Zweithypothek.
Bei Bank A müsste Familie Müller mit einem Zinssatz von 3 % für die Ersthypothek und einem Zinssatz von 3,5 % für die Zweithypothek insgesamt 18000,00 € Zinsen zahlen.
Bank B verlangt 2 % für die Ersthypothek und 4 % für die Zweithypothek. Der gesamte Zinsbetrag wäre bei Bank B um 900,00 € geringer als bei Bank A.
Bestimmen Sie, auf welche Beträge sich die beiden Hypotheken belaufen.

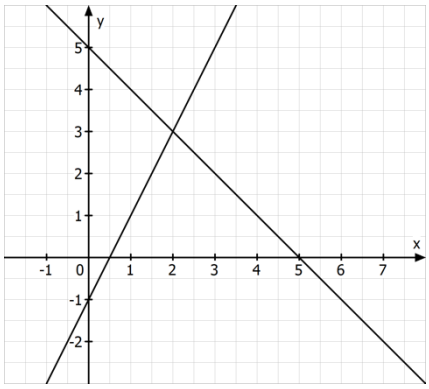
11 Eine Drogerie soll 120 Liter 70 prozentigen Alkohol liefern. Es sind jedoch nur 60 prozentiger und 75 prozentiger Alkohol vorrätig.
Ermitteln Sie, wie viel Liter von beiden Sorten gemischt werden müssen.

Lösungen

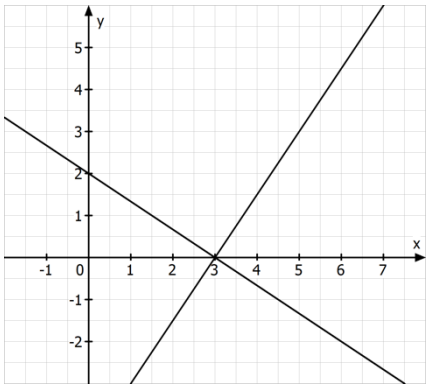
1.1 $y = x - 2 \qquad y = 4 - x \qquad S(3|1)$



1.2 $y = 5 - x \qquad y = 2x - 1 \qquad S(2|3)$



1.3 $y = 2 - \frac{2}{3}x \qquad y = \frac{3}{2}x - \frac{9}{2} \qquad S(3|0)$



2.1

$y = \frac{1}{2}x - \frac{3}{2} \qquad y = -2x + 1$

(I) $x - 2y = 3$

(II) $2x + y = 1$

2.2

$y=-\frac{1}{4}x+\frac{3}{2} \qquad y=\frac{3}{2}x-2$

(I) $x+4y=6$

(II) $-3x+2y=-4$

3.1 $(-4/-\frac{2}{3})$ ist Lösung des linearen Gleichungssystems.

3.2 (-2/5) ist Lösung des linearen Gleichungssystems.

3.3 (24/2) ist Lösung des linearen Gleichungssystems.

3.4 Das lineare Gleichungssystem hat unendlich viele Lösungen.

3.5 Das lineare Gleichungssystem hat keine Lösung.

3.6 Das lineare Gleichungssystem hat unendlich viele Lösungen.

3.7 (I) $2,4x-12,6y=-3,12$
(II) $-2,4x+12,6y=4,44$
Das lineare Gleichungssystem hat keine Lösung.

4.1 (-2/-3) ist Lösung des linearen Gleichungssystems.

4.2 (-5,2/3,5) ist Lösung des linearen Gleichungssystems.

4.3 (-0,75/2) ist Lösung des linearen Gleichungssystems.

4.4 Das lineare Gleichungssystem hat keine Lösung.

4.5 $(5\frac{1}{4}/3\frac{3}{8})$ ist Lösung des linearen Gleichungssystems.

5 (I) $5x+3y=1840$
(II) $10x+2y=2560$
(200/280) ist Lösung des linearen Gleichungssystems.
Von der ersten Ware werden 200 Einheiten am Vormittag verkauft und von der zweiten Ware 280 Einheiten.

6

x ist die Wassermenge, die in einer Stunde dem Stausee zufließt

y ist die Wassermenge, die eine Turbine in einer Stunde benötigt

(I) 12x-36y=360000

(II) 6x-30y=-300000

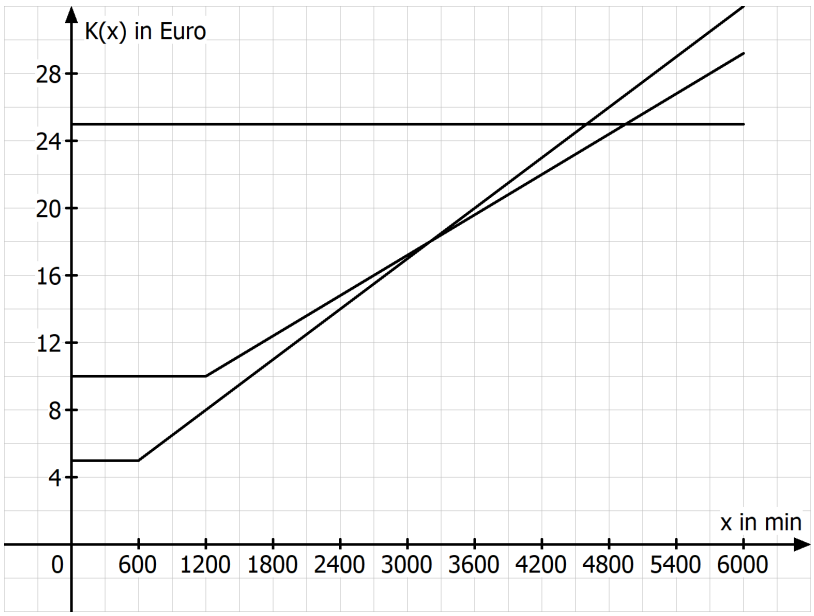
(150000/40000) ist Lösung des linearen Gleichungssystems.
Dem Stausee fließen 150000 m^3 Wasser in einer Stunde zu und eine Turbine benötigt 40000 m^3 in einer Stunde.

7.1

$$\text{Tarif A}: K(x)=\begin{cases} 5 & \text{wenn } x\le 600 \\ 0{,}005\cdot(x-600)+5 & \text{wenn } x>600 \end{cases}=\begin{cases} 5 & \text{wenn } x\le 600 \\ 0{,}005\cdot x+2 & \text{wenn } x>600 \end{cases}$$

$$\text{Tarif B}: K(x)=\begin{cases} 10 & \text{wenn } x\le 1200 \\ 0{,}004\cdot(x-1200)+10 & \text{wenn } x>1200 \end{cases}=\begin{cases} 10 & \text{wenn } x\le 1200 \\ 0{,}004\cdot x+5{,}2 & \text{wenn } x>1200 \end{cases}$$

$$\text{Tarif C}: K(x)=25$$



7.2

$t=2{,}5\cdot 60\cdot 30=4500$ Minuten

Tarif A: $0{,}005\cdot 4500+2=24{,}50$

Tarif B: $0{,}004\cdot 4500+5{,}2=23{,}20$

$\Rightarrow$ Peter sollte den Tarif B wählen

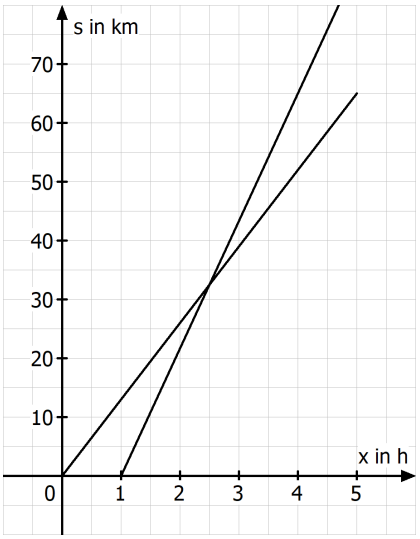
7.3 $0{,}005x+2=0{,}004x+5{,}2 \quad \Rightarrow 0{,}001x=3{,}2 \quad \Rightarrow x=3200$ Minuten

7.4

$0{,}004x+5{,}2=25 \quad \Rightarrow 0{,}004x=19{,}8 \quad \Rightarrow x=4950$

Ab einer Nutzungszeit von 4950 Minuten sollte Peter die Flatrate wählen.

8.1 Fahrer 1: $s_1 = 13 \cdot x$ Fahrer 2: $s_2 = \frac{65}{3} \cdot (x-1) = \frac{65}{3}x - \frac{65}{3}$



8.2

$13x = \frac{65}{3}x - \frac{65}{3} \quad \Rightarrow -\frac{26}{3}x = -\frac{65}{3} \quad \Rightarrow x = 2{,}5$

Der Fahrer 1 wird nach 2,5 Stunden eingeholt und beide Fahrer sind dann $13 \cdot 2{,}5 = 32{,}5$ km vom Startort entfernt.

8.3

$s_1 = 13 \cdot 2 = 26 \quad s_2 = \frac{65}{3} \cdot 2 - \frac{65}{3} = \frac{65}{3} \quad \Rightarrow 26 - \frac{65}{3} = \frac{13}{3}$

Die beiden Radfahrer sind nach zwei Stunden etwa 4,3 km voneinander entfernt.

9

x: Alter Vater y: Alter Sohn

(I) $x + y = 48$

(II) $x + 10 = 3 \cdot (y + 10)$

(I) $\Rightarrow y = 48 - x$

(II) $\Rightarrow x + 10 = 3(48 - x) + 30 \quad \Rightarrow x + 10 = 144 - 3x + 30 \quad \Rightarrow 4x = 164 \quad \Rightarrow x = 41$

$\Rightarrow y = 48 - 41 = 7$

Der Vater ist heute 41 Jahre alt und der Sohn sieben Jahre alt.

10

x: Ersthypothek y: Zweithypothek

(I) $0{,}03 \cdot x + 0{,}035 \cdot y = 18000$

(II) $0{,}02 \cdot x + 0{,}04 \cdot y = 17100$

(II) $\Rightarrow x = 855000 - 2y$

(I) $\Rightarrow 0{,}03 \cdot (855000 - 2y) + 0{,}035y = 18000 \quad \Rightarrow 25650 - 0{,}06y + 0{,}035y = 18000$

$\Rightarrow -0{,}025y = -7650 \quad \Rightarrow y = 306000$

$\Rightarrow x = 855000 - 2 \cdot 306000 = 243000$

Die Ersthypothek beläuft sich auf 243000 Euro und die Zweithypothek auf 306000 Euro.

11

x: Liter 60 prozentiger Alkohol y: Liter 75 prozentiger Alkohol

(I) $x + y = 120$

(II) $0{,}6 \cdot x + 0{,}75 \cdot y = 0{,}7 \cdot 120$

(I) $\Rightarrow x = 120 - y$

(II) $\Rightarrow 0{,}6 \cdot (120 - y) + 0{,}75y = 84 \quad \Rightarrow 72 - 0{,}6y + 0{,}75y = 84 \quad \Rightarrow 0{,}15y = 12 \quad \Rightarrow y = 80$

$\Rightarrow x = 120 - 80 = 40$

Es müssen 40 Liter 60 prozentiger und 80 Liter 75 prozentiger Alkohol gemischt werden.